CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**
Formy arkusza:	EMAP-P0-100, EMAP-P0-200, EMAP-P0-300, EMAP-P0-400, EMAP-P0-600, EMAP-P0-660, EMAP-P0-700, EMAP-P0-Q00
Termin egzaminu:	24 sierpnia 2026 r.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Uwaga:
Gdy wymaganie egzaminacyjne dotyczy treści z III etapu edukacyjnego, dopisano „G”.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, z późn. zm., tj. Dz.U. z 2014 r. poz. 803, Dz.U. z 2016 r. poz. 895).

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7)=0$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji ([…] zbiór wartości […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji ([…] maksymalne przedziały, w których funkcja […] ma stały znak […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: G8.3) odczytuje z wykresu funkcji: […] argumenty dla danej wartości funkcji […]. 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji ([…] punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.12) wykorzystuje własności funkcji […] kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$. 4.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.4) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 6.4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 7.1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: G10.9) oblicza pola i obwody trójkątów […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 7.3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.5) wyznacza współrzędne środka odcinka.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 21. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.6) oblicza odległość dwóch punktów. 6.1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 22. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.2) bada równoległość […] prostych na podstawie ich równań kierunkowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 23. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: G11.2) oblicza […] objętość graniastosłupa prostego […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 24. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 9.3) rozpoznaje […] w stożkach […] kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) […]; 9.6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 25. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G11.1) rozpoznaje […] ostrosłupy prawidłowe. 10.2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 26. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $x \in \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$

ALBO

– zastosowanie poprawnej metody i przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału, np.



1 pkt – obliczenie/zapisanie pierwiastków trójmianu kwadratowego $3x^2 - 2x - 1$:
$x_1 = -\frac{1}{3}$ oraz $x_2 = 1$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Odpowiedź zdającego uznajemy za poprawną tylko wtedy, gdy można w sposób jednoznaczny ustalić, czy przedział zapisany przez zdającego jest otwarty czy domknięty.
2. Jeżeli błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest niedodatni, to zdający otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu $3x^2 - 2x - 1$, popełni błędy (ale otrzyma dodatni wyróżnik tego trójmianu i dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

4. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $3x^2 - 2x$), i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $3x^2 - 2x < 0$), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

5. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału i jednocześnie zapisze niewłaściwy przedział jako zbiór rozwiązań, (np. $x \in \left[-\frac{1}{3}, 1\right]$), to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający spełni kryterium za 1 punkt, a następnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $\left(1, -\frac{1}{3}\right)$, to otrzymuje **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapisujemy nierówność w postaci $3x^2 - 2x - 1 < 0$ i obliczamy miejsca zerowe funkcji kwadratowej $y = 3x^2 - 2x - 1$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu $3x^2 - 2x - 1$:

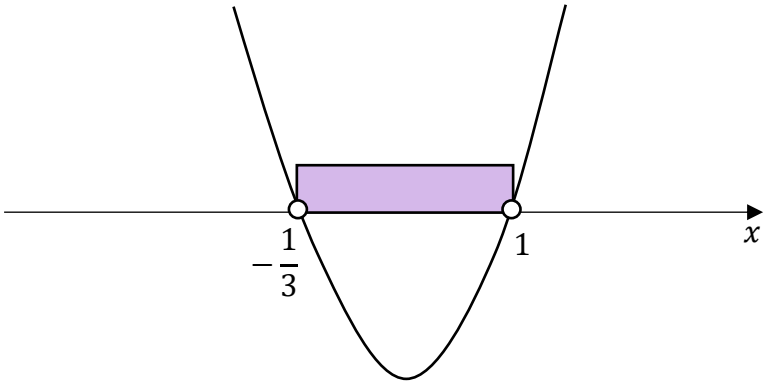
$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16$$

Stąd:

$$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = 1$$

Szkicujemy wykres funkcji kwadratowej $y = 3x^2 - 2x - 1$.
Ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej x jest dodatni, więc wykresem funkcji $y = 3x^2 - 2x - 1$ jest parabola skierowana ramionami do góry.
Odczytujemy argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 27. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

2 pkt – przekształcenie nierówności $x^2 + (y-1)(y+1) > 2(x-1)$ do postaci $(x-1)^2 + y^2 > 0$ **oraz** powołanie się na założenie i stwierdzenie, że $(x-1)^2$ jest liczbą dodatnią i suma $(x-1)^2 + y^2$ jest liczbą dodatnią

ALBO

– obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $x^2 - 2x + (y^2+1)$ zmiennej x **oraz** uzasadnienie, że jest on niedodatni, **oraz** uzasadnienie prawdziwości nierówności $x^2 + (y-1)(y+1) > 2(x-1)$ dla $y = 0$,

ALBO

– obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $y^2 + (x^2 - 2x + 1)$ zmiennej y **oraz** uzasadnienie, że ten wyróżnik jest ujemny dla każdego $x \neq 1$,

ALBO

– przekształcenie nierówności do postaci $f(x) > g(y)$ **oraz** poprawne uzasadnienie prawdziwości nierówności $f(x) > g(y)$ dla każdego $x \neq 1$ i $y \in \mathbb{R}$ na podstawie analizy zbiorów wartości obu funkcji.

1 pkt – przekształcenie nierówności $x^2 + (y-1)(y+1) > 2(x-1)$ do postaci $(x-1)^2 + y^2 > 0$

ALBO

– obliczenie wyróżnika Δ trójmianu kwadratowego $x^2 - 2x + (y^2+1)$ zmiennej x: $\Delta = -4y^2$,

ALBO

– obliczenie wyróżnika Δ trójmianu kwadratowego $y^2 + (x^2 - 2x + 1)$ zmiennej y **oraz** przekształcenie tego wyróżnika do postaci $\Delta = -(2x-2)^2$ bądź $\Delta = -4(x-1)^2$ lub (zamiast przekształcenia wyróżnika) zbadanie znaku tego wyróżnika (np. obliczenie wyróżnika trójmianu $-4x^2 + 8x - 4$),

ALBO

– przekształcenie nierówności do postaci $f(x) > g(y)$ **oraz** zbadanie zbioru wartości jednej z funkcji: f albo g.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeśli zdający sprawdza prawdziwość nierówności tylko dla wybranych wartości x i y, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Przekształcamy nierówność $x^2+(y-1)(y+1)>2(x-1)$ w sposób równoważny:

$$x^2+y^2-1>2x-2$$

$$x^2-2x+1+y^2>0$$

Zauważamy, że lewą stronę nierówności można zapisać w postaci sumy dwóch kwadratów:

$$(x-1)^2+y^2>0$$

Z założenia wiadomo, że $x\neq 1$, więc $(x-1)^2$ jest liczbą dodatnią. Liczba y^2 jest nieujemna, zatem suma $(x-1)^2+y^2$ jest liczbą dodatnią. To należało wykazać.

Sposób II (trójmian kwadratowy zmiennej x z parametrem y)

Przekształcamy równoważnie nierówność $x^2+(y-1)(y+1)>2(x-1)$ i otrzymujemy $x^2-2x+y^2+1>0$.

Wyrażenie $x^2-2x+(y^2+1)$ traktujemy jako trójmian kwadratowy zmiennej x.

Obliczamy wyróżnik Δ trójmianu:

$$\Delta=(-2)^2-4\cdot(y^2+1)$$

$$\Delta=4-4y^2-4$$

$$\Delta=-4y^2$$

Gdy $y\neq 0$, to $\Delta<0$ i funkcja kwadratowa $f(x)=x^2-2x+(y^2+1)$ zmiennej x nie ma miejsc zerowych, a ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc wykres funkcji f leży powyżej osi odciętych. Zatem funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie.

Gdy $y=0$, to $\Delta=0$ i funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe: $x=1$. Ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc żaden fragment wykresu funkcji f nie leży poniżej osi odciętych. Zatem funkcja f przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x\neq 1$.

Oznacza to, że dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 1$ i dla każdej liczby rzeczywistej y nierówność $x^2-2x+y^2+1>0$ jest prawdziwa.

Zatem nierówność $x^2+(y-1)(y+1)>2(x-1)$ również jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 1$ i dla każdej liczby rzeczywistej y. To należało wykazać.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób III (poprzez analizę zbiorów wartości dwóch funkcji)

Przekształcamy równoważnie nierówność $x^2+(y-1)(y+1)>2(x-1)$ do postaci $f(x)>g(y)$, następnie analizujemy zbiory wartości funkcji f (określonej dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 1$) oraz funkcji g (określonej dla każdej liczby rzeczywistej y). Takie przekształcenie równoważne nierówności można wykonać na różne sposoby, np. tak:

$$x^2-2x+1>-y^2 \quad \text{oraz} \quad x\neq 1 \text{ i } y\in\mathbb{R}$$

Otrzymaną postać nierówności przekształcamy do postaci:

$$(x-1)^2>-y^2 \quad \text{oraz} \quad x\neq 1 \text{ i } y\in\mathbb{R}$$

Rozważamy funkcje f i g takie, że:

$$f(x)=(x-1)^2 \quad \text{dla} \quad x\neq 1 \qquad \text{oraz} \qquad g(y)=-y^2 \quad \text{dla} \quad y\in\mathbb{R}$$

Zbiorami wartości tych funkcji są przedziały: $ZW_f=(0,+\infty)$ oraz $ZW_g=(-\infty,0\rangle$.

Zauważmy, że każda wartość funkcji f jest większa od każdej wartości funkcji g.

To oznacza, że dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 1$ oraz dla każdej liczby rzeczywistej y zachodzi nierówność $f(x)>g(y)$.

Zatem nierówność $x^2+(y-1)(y+1)>2(x-1)$ jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 1$ i dla każdej liczby rzeczywistej y. To należało wykazać.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 28. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G7.7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $8{,}30$ zł.

1 pkt – zapisanie układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi pozwalającego obliczyć cenę czekolady i cenę batona, np.
$8x + 4y = 82$ oraz $3x + 9y = 60$
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć cenę czekolady, np.
$3x + 9 \cdot (20{,}5 - 2x) = 60$,
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć cenę batona, np.
$3 \cdot (10{,}25 - 0{,}5y) + 9y = 60$,
ALBO
– obliczenie kosztu zakupu 6 czekolad i 3 batonów: $61{,}50$ zł **oraz** obliczenie kosztu zakupu 1 czekolady i 3 batonów: 20 zł.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli zdający sprawdza warunki zadania dla wybranych par liczb x oraz y i wskaże właściwą odpowiedź, ale nie uzasadni, że jest to jedyne rozwiązanie zadania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Po uwzględnieniu warunków zadania otrzymujemy:

$$8x + 4y = 82 \quad \text{oraz} \quad 3x + 9y = 60$$

Z pierwszego z tych równań wyznaczamy $y = 20{,}5 - 2x$ i podstawiamy w miejsce y do drugiego z równań, w wyniku czego otrzymujemy:

$$3x + 9 \cdot (20{,}5 - 2x) = 60$$
$$3x + 184{,}5 - 18x = 60$$
$$15x = 124{,}5$$
$$x = 8{,}3$$

Czekolada kosztuje $8{,}30$ zł.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób II

Jeśli 8 czekolad i 4 batony kosztują łącznie 82 zł, to 2 czekolady i 1 baton kosztują $\frac{82}{4} = 20{,}50$ zł. Wobec tego za 6 takich czekolad i 3 takie batony zapłacimy $3 \cdot 20{,}50 = 61{,}50$ zł.

Wiemy też, że 3 czekolady i 9 batonów kosztują łącznie 60 zł, więc za 1 taką czekoladę i 3 takie batony zapłacimy $\frac{60}{3} = 20$ zł.

Zatem za 5 czekolad zapłacimy $61{,}50 - 20 = 41{,}50$ zł.

Stąd wynika, że jedna czekolada kosztuje $\frac{41{,}50}{5} = 8{,}30$ zł.

Zadanie 29. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej. 3.4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $m = -3$.

1 pkt – zapisanie równania z niewiadomą m: $m^2 + 6m = -9$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeżeli zdający zapisze, że $m = -3$, ale nie uzasadni, że jest to jedyne rozwiązanie zadania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Ponieważ wykres funkcji f przecina oś Oy w punkcie $(0, -9)$, więc $f(0) = -9$.
Stąd otrzymujemy:

$$5 \cdot 0 + m^2 + 6m = -9$$

$$m^2 + 6m + 9 = 0$$

$$(m + 3)^2 = 0$$

Zatem $m = -3$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 30. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: G9.4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawne wyniki: $\overline{x} = 7{,}4$ oraz $Me = 7{,}5$.

1 pkt – obliczenie średniej arytmetycznej: $\overline{x} = 7{,}4$

ALBO

– obliczenie mediany: $Me = 7{,}5$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczamy średnią arytmetyczną:

$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 5 + 14 \cdot 6 + 32 \cdot 7 + 38 \cdot 8 + 12 \cdot 9}{100} = \frac{740}{100} = 7{,}4$$

Medianą uporządkowanego niemalejąco ciągu 100 liczb jest średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów tego ciągu (tzn. średnia arytmetyczna wyrazów pięćdziesiątego i pięćdziesiątego pierwszego). Zatem:

$$Me = \frac{7 + 8}{2} = 7{,}5$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 31. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $P(A) = \frac{9}{36}$.

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych *LUB* obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega| = 6 \cdot 6$, *LUB* sporządzenie tabeli o 36 polach odpowiadających zdarzeniom elementarnym, *LUB* sporządzenie pełnego drzewa stochastycznego
ALBO
– wypisanie (lub zaznaczenie w tabeli) wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A i niewypisanie żadnego niewłaściwego,
ALBO
– podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A| = 9$, o ile nie zostały zliczone błędne pary,
ALBO
– sporządzenie fragmentu drzewa stochastycznego, który zawiera wszystkie gałęzie sprzyjające zdarzeniu A, **oraz** zapisanie prawdopodobieństwa na co najmniej jednym odcinku każdego z etapów doświadczenia,
ALBO
– podanie prawdopodobieństwa jednoelementowego zdarzenia (elementarnego): $\frac{1}{36}$,
ALBO
– zapisanie tylko $P(A) = \frac{9}{36}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 9 lub 36 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x, y), gdzie $x, y \in \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$.

Liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych obliczamy z wykorzystaniem reguły mnożenia. Moc zbioru Ω jest równa $6 \cdot 6 = 36$.

Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne:
$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (4, 6), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 4), (6, 6)$,
więc moc zbioru A jest równa 9.

Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Sposób II

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x, y), gdzie $x, y \in \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$.

W tabeli literą $\mathcal{A}$ zaznaczamy zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A.

x \ y	1	2	3	4	5	6
1						
2						$\mathcal{A}$
3					$\mathcal{A}$	
4				$\mathcal{A}$		$\mathcal{A}$
5			$\mathcal{A}$		$\mathcal{A}$	
6		$\mathcal{A}$		$\mathcal{A}$		$\mathcal{A}$

Moc zbioru Ω jest równa 36. Zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A jest 9.
Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 32. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 7.4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych […].

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $|AD| = 25$.

3 pkt – obliczenie wysokości trapezu (lub jej kwadratu) **oraz** obliczenie długości odcinka AE:
$h = 15$ (lub $h^2 = 225$) oraz $|AE| = 20$
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą c, np. $c^2 = 56^2 + 39^2 - 2 \cdot 56 \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$.

2 pkt – obliczenie wysokości trapezu (lub jej kwadratu): $h = 15$ (lub $h^2 = 225$)
ALBO
– obliczenie długości odcinka EB **oraz** obliczenie długości odcinka AE: $|EB| = 36$ oraz $|AE| = 20$,
ALBO
– zapisanie układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi a oraz b prowadzącego do obliczenia długości podstaw trapezu, np.
$a - b = 40$ oraz $\frac{a+b}{2} = 36$,
ALBO
– zapisanie układu trzech równań z trzema niewiadomymi prowadzącego do obliczenia długości ramienia trapezu, np.
$c^2 = a^2 + 39^2 - 2 \cdot a \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$ oraz
$c^2 = b^2 + 39^2 - 2 \cdot b \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$ oraz
$a - b = 40$.

1 pkt – obliczenie długości odcinka EB: $|EB| = 36$
ALBO
– obliczenie długości odcinka AE: $|AE| = 20$,
ALBO
– obliczenie sinusa kąta α: $\sin\alpha = \frac{5}{13}$,
ALBO
– zapisanie, że $|\sphericalangle CDB| = |\sphericalangle ABD|$, **oraz** zapisanie jednego z równań:
$c^2 = a^2 + 39^2 - 2 \cdot a \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$ lub $c^2 = b^2 + 39^2 - 2 \cdot b \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Uwagi:

1. Jeżeli jedynym błędem zdającego jest:

a) zastosowanie niepoprawnej definicji jednej funkcji trygonometrycznej,
b) błędne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa,
c) błędne zastosowanie twierdzenia cosinusów,
d) zastosowanie niepoprawnej tożsamości $\sqrt{x^2+y^2}=x+y$,

i rozwiązanie zostanie doprowadzone konsekwentnie do końca, to zdający może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie.

Jeżeli zdający popełni więcej niż jeden z wymienionych błędów a)–d), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.

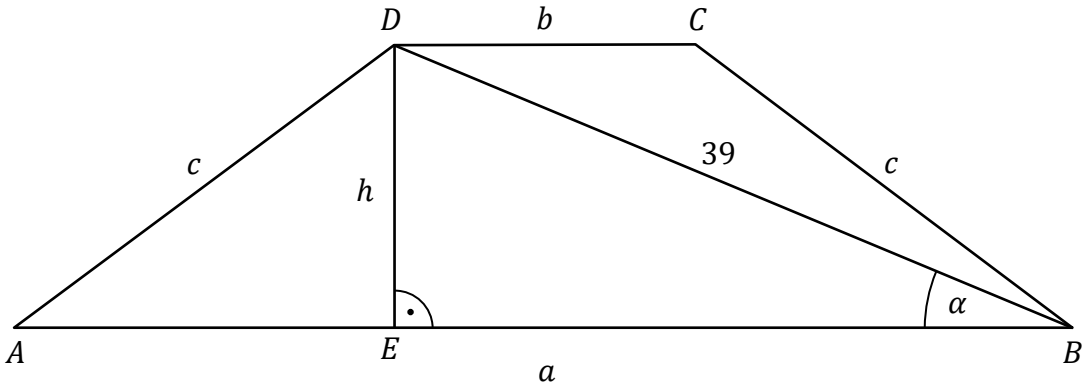
2. Jeżeli zdający przyjmie, że kąt BDA jest prosty, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.

Przykładowe pełne rozwiązania

We wszystkich poniższych rozwiązaniach przyjmujemy następujące oznaczenia (zobacz rysunek):

- $a=|AB|$
- $b=|CD|$
- $c=|AD|=|BC|$
- E – spodek wysokości trapezu $ABCD$ poprowadzonej z wierzchołka D
- $h=|DE|$.

Zauważmy, że $a>0$, $b>0$, $c>0$ i $h>0$.



Sposób I

Z treści zadania wiemy, że $\cos\alpha=\frac{12}{13}$, więc:

$$\frac{|EB|}{|BD|}=\frac{12}{13}$$

Zatem:

$$|EB|=\frac{12}{13}\cdot 39=36$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta EBD obliczamy wysokość trapezu $ABCD$:

$$h = |DE| = \sqrt{|BD|^2 - |EB|^2} = \sqrt{39^2 - 36^2} = \sqrt{225} = 15$$

Długości podstaw trapezu różnią się o 40, stąd otrzymujemy długość odcinka AE:

$$|AE| = \frac{a-b}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AED obliczamy długość ramienia trapezu:

$$c = |AD| = \sqrt{|AE|^2 + |DE|^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$$

Sposób II

Korzystamy z „jedynki trygonometrycznej” i obliczamy $\sin\alpha$:

$$\sin^2\alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\alpha + \frac{144}{169} = 1$$

$$\sin^2\alpha = \frac{25}{169}$$

Ponieważ kąt α jest ostry, zatem $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, więc:

$$\frac{|ED|}{|BD|} = \frac{5}{13}$$

$$\frac{h}{39} = \frac{5}{13}$$

$$h = 15$$

Długości podstaw trapezu różnią się o 40, stąd otrzymujemy długość odcinka AE:

$$|AE| = \frac{a-b}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AED obliczamy długość ramienia trapezu:

$$c = |AD| = \sqrt{|AE|^2 + |DE|^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób III

Z treści zadania wiemy, że $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, więc:

$$\frac{|EB|}{|BD|} = \frac{12}{13}$$

Zatem:

$$|EB| = \frac{12}{13} \cdot 39 = 36$$

Z własności trapezu równoramiennego oraz z tego, że długości podstaw różnią się o 40, otrzymujemy:

$$\frac{a+b}{2} = 36 \quad \text{oraz} \quad a - b = 40$$

Stąd:

$$a + b = 72 \quad \text{oraz} \quad a - b = 40$$

Dodajemy stronami równania układu i otrzymujemy:

$$(a+b) + (a-b) = 72 + 40$$

$$2a = 112$$

$$a = 56$$

Korzystamy z twierdzenia cosinusów dla trójkąta ABD i obliczamy długość ramienia trapezu:

$$|AD|^2 = |AB|^2 + |BD|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BD| \cdot \cos\alpha$$

$$c^2 = a^2 + 39^2 - 2 \cdot a \cdot 39 \cdot \cos\alpha$$

$$c^2 = 56^2 + 39^2 - 2 \cdot 56 \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$$

$$c^2 = 3136 + 1521 - 4032$$

$$c^2 = 625$$

$$c = 25$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób IV

Kąty naprzemianległe ABD i CDB mają równe miary, gdyż $AB||CD$, zatem $\cos(|\sphericalangle CDB|) = \frac{12}{13}$.

Z twierdzenia cosinusów dla trójkąta ABD i dla trójkąta BCD otrzymujemy:

$$|AD|^2 = |AB|^2 + |BD|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BD| \cdot \cos\alpha$$

$$|BC|^2 = |CD|^2 + |BD|^2 - 2 \cdot |CD| \cdot |BD| \cdot \cos(|\sphericalangle CDB|)$$

czyli:

$$c^2 = a^2 + 39^2 - 2 \cdot a \cdot 39 \cdot \frac{12}{13} \quad \text{oraz} \quad c^2 = b^2 + 39^2 - 2 \cdot b \cdot 39 \cdot \frac{12}{13}$$

Stąd:

$$c^2 = a^2 + 39^2 - 72a \quad \text{oraz} \quad c^2 = b^2 + 39^2 - 72b$$

Odejmujemy te równania stronami i otrzymujemy:

$$c^2 - c^2 = (a^2 + 39^2 - 72a) - (b^2 + 39^2 - 72b)$$

$$a^2 + 39^2 - 72a - b^2 - 39^2 + 72b = 0$$

$$a^2 - b^2 - 72a + 72b = 0$$

$$(a - b)(a + b) - 72(a - b) = 0$$

Ponieważ $a \neq b$, więc możemy obie strony tego równania podzielić przez $a - b$. Otrzymujemy wtedy:

$$a + b - 72 = 0$$

Z treści zadania wynika, że $a = b + 40$. Zatem:

$$(b + 40) + b - 72 = 0$$

$$2b = 32$$

$$b = 16$$

Stąd i z równania $c^2 = b^2 + 39^2 - 72b$ otrzymujemy długość ramienia:

$$c^2 = 16^2 + 39^2 - 72 \cdot 16$$

$$c^2 = 256 + 1521 - 1152$$

$$c^2 = 625$$

$$c = 25$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 33. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: G11.2) oblicza pole powierzchni i objętość […] ostrosłupa […].

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $2\sqrt{15}$.

3 pkt – obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $h = 8$

ALBO

– zapisanie wysokości ostrosłupa w zależności od długości krawędzi podstawy, np. $H = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

2 pkt – obliczenie długości krawędzi podstawy ostrosłupa: $a = 4$

ALBO

– zapisanie wysokości ściany bocznej ostrosłupa w zależności od długości krawędzi podstawy, np. $h = 2a$.

1 pkt – obliczenie pola podstawy ostrosłupa: $P_p = 16$

ALBO

– obliczenie pola jednej ściany bocznej: $P_{BCS} = 16$,

ALBO

– zapisanie równania z jedną niewiadomą a wynikającego z treści zadania, np. $5a^2 = 80$,

ALBO

– zapisanie równania z dwiema niewiadomymi a oraz h wynikającego z treści zadania, np.:

$$a^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}ah\right) = 80,$$

$$a^2 = \left(\frac{1}{2}ah\right),$$

$$a^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}ah\right) = 5a^2.$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeżeli jedynym błędem zdającego jest:

a) przyjęcie niepoprawnej zależności między polami ścian ostrosłupa: $P_b = 5 \cdot P_p$, $P_{BCS} = 5 \cdot P_p$,

b) zastosowanie niepoprawnego wzoru na pole trójkąta $P_{BCS} = a \cdot h$,

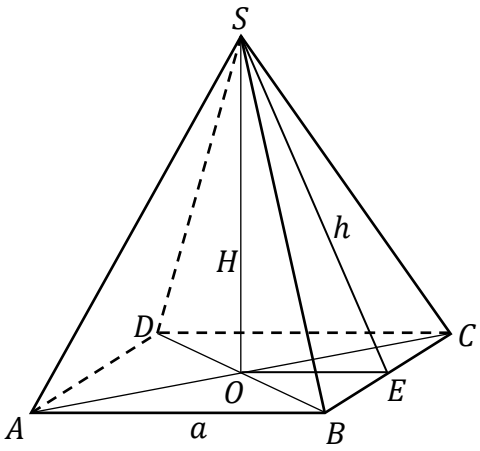
i rozwiązanie zostanie doprowadzone konsekwentnie do końca, to zdający może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku:
O – spodek wysokości ostrosłupa,
E – środek krawędzi BC,
a – długość krawędzi podstawy,
h – wysokość ściany bocznej,
H – wysokość ostrosłupa.



Zauważamy, że $a > 0$, $h > 0$ i $H > 0$.

Ponieważ podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat, to $|OE| = \frac{1}{2}a$.

Pole podstawy ostrosłupa jest równe:

$$P_{ABCD} = \frac{1}{5} \cdot 80 = 16$$

więc:

$$a^2 = 16$$

$$a = 4$$

Pole powierzchni całkowitej jest równe 80, zatem:

$$P_{ABCD} + 4 \cdot P_{BCS} = 80$$

$$16 + 4 \cdot \frac{1}{2}ah = 80$$

$$16 + 8h = 80$$

$$8h = 64$$

$$h = 8$$

Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta OES otrzymujemy:

$$H^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = h^2$$

$$H^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 4\right)^2 = 8^2$$

$$H^2 + 4 = 64$$

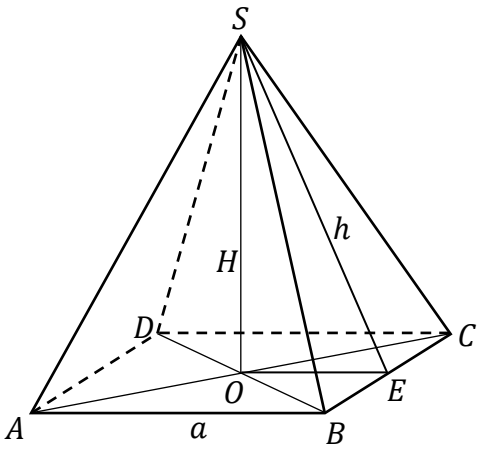
$$H^2 = 60$$

$$H = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób II

Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku:
O – spodek wysokości ostrosłupa,
E – środek krawędzi BC,
a – długość krawędzi podstawy,
h – wysokość ściany bocznej,
H – wysokość ostrosłupa.
Ponadto oznaczmy:
P_c – pole powierzchni całkowitej ostrosłupa,
P_p – pole podstawy ostrosłupa,
P_b – pole powierzchni bocznej ostrosłupa.



Zauważamy, że $a > 0$, $h > 0$ i $H > 0$.

Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa jest 5 razy większe od pola podstawy, zatem:

$$P_c = 5 \cdot P_p$$

$$P_p + P_b = 5 \cdot P_p$$

$$P_b = 4 \cdot P_p$$

$$4 \cdot \frac{1}{2}ah = 4a^2$$

$$h = 2a$$

Ponieważ podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest kwadrat, to $|OE| = \frac{1}{2}a$.
Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta OES otrzymujemy:

$$H^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = h^2$$

$$H^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = (2a)^2$$

$$H^2 + \frac{1}{4}a^2 = 4a^2$$

$$H^2 = \frac{15}{4}a^2$$

$$H = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

Pole podstawy ostrosłupa jest równe $\frac{80}{5} = 16$, więc $a = \sqrt{16} = 4$.

Zatem $H = \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{4\sqrt{15}}{2} = 2\sqrt{15}$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 34. (0–5)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 5.3) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

5 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawne wyniki: $a_1 = 36,\ r = -6,\ k = 257.$

4 pkt – obliczenie pierwszego wyrazu i różnicy ciągu (a_n): $a_1 = 36,\ r = -6$ **oraz** zapisanie równania liniowego z jedną niewiadomą k, np.
$36 + (k-1)\cdot(-6) = -1500.$

3 pkt – obliczenie pierwszego wyrazu i różnicy ciągu (a_n): $a_1 = 36,\ r = -6.$

2 pkt – zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć a_1 i r, np.
$\frac{2a_1 + 9r}{2}\cdot 10 = 90$ oraz $\frac{a_1 + a_1 + 6r + a_1 + 7r}{3} = 10.$

1 pkt – zapisanie jednego równania z dwiema niewiadomymi a_1 i r, np.:
$\frac{2a_1 + 9r}{2}\cdot 10 = 90,$
$\frac{a_1 + a_1 + 6r + a_1 + 7r}{3} = 10$
ALBO
– zapisanie związków:
$\frac{a_1 + a_{10}}{2}\cdot 10 = 90$ oraz $a_{10} = a_1 + 9r,$
ALBO
– zapisanie związków:
$\frac{a_1 + a_7 + a_8}{3} = 10$ oraz $a_7 = a_1 + 6r$ oraz $a_8 = a_1 + 7r$ (lub $a_8 = a_7 + r$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający myli ciąg arytmetyczny z geometrycznym, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.
2. Jeżeli zdający błędnie interpretuje liczbę 90 jako dziesiąty wyraz ciągu, to może otrzymać co najwyżej **1 punkt** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający błędnie interpretuje średnią arytmetyczną i zapisuje równanie $\frac{a_1 + a_7 + a_8}{2} = 10$, to może otrzymać co najwyżej **3 punkty** za całe rozwiązanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

4. Jeżeli jedynym błędem zdającego jest zastosowanie błędnego wzoru na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego i rozwiązanie zostanie doprowadzone konsekwentnie do końca, to zdający może otrzymać co najwyżej **3 punkty** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Po uwzględnieniu warunków zadania otrzymujemy:

$$S_{10} = 90 \quad \text{oraz} \quad \frac{a_1 + a_7 + a_8}{3} = 10$$

Korzystamy ze wzorów na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i zapisujemy układ równań z dwiema niewiadomymi a_1 i r (gdzie r jest różnicą ciągu arytmetycznego (a_n)):

$$\frac{2a_1 + 9r}{2} \cdot 10 = 90 \quad \text{oraz} \quad \frac{a_1 + a_1 + 6r + a_1 + 7r}{3} = 10$$

Przekształcamy ten układ równoważnie i otrzymujemy:

$$2a_1 + 9r = 18 \quad \text{oraz} \quad 3a_1 + 13r = 30$$

Z pierwszego z tych równań wyznaczamy $a_1 = 9 - \frac{9}{2}r$ i podstawiamy w miejsce a_1 do drugiego z równań, w wyniku czego otrzymujemy:

$$3 \cdot \left(9 - \frac{9}{2}r\right) + 13r = 30$$

$$27 - \frac{27}{2}r + 13r = 30$$

$$-\frac{1}{2}r = 3$$

$$r = -6$$

Zatem:

$$a_1 = 9 - \frac{9}{2} \cdot (-6) = 36$$

Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest równy 36, a różnica tego ciągu jest równa (-6).

W celu obliczenia liczby k stosujemy wzór na wyraz a_k i otrzymujemy:

$$a_k = a_1 + (k-1) \cdot r$$

$$-1500 = 36 + (k-1) \cdot (-6)$$

$$-1500 = -6k + 42$$

$$6k = 1542$$

$$k = 257$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Ocena prac osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Obowiązują **Zasady oceniania** stosowane przy sprawdzaniu prac zdających bez stwierdzonej dyskalkulii z dodatkowym uwzględnieniem:

a) **ogólnych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią (punkty 1.–12.);

b) dodatkowych **szczegółowych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią – egzamin maturalny z matematyki, poziom podstawowy, termin poprawkowy 2026.

I. **Ogólne zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

1. Nie należy traktować jako błędy merytoryczne pomyłek wynikających z:
   - błędnego przepisania
   - przestawienia cyfr
   - zapisania innej cyfry, ale o podobnym wyglądzie
   - przestawienia położenia przecinka
   - przestawienia położenia znaku liczby.

2. W przypadku błędów wynikających ze zmiany znaku liczby należy w każdym zadaniu oddzielnie przeanalizować, czy zdający opanował inne umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, oceniane w zadaniu. W przypadku opanowania badanych umiejętności zdający powinien otrzymać przynajmniej 1 punkt.

3. We wszystkich zadaniach otwartych, w których wskazano poprawną metodę rozwiązania, części lub całości zadania, zdającemu należy przyznać przynajmniej 1 punkt, zgodnie z kryteriami do poszczególnych zadań.

4. Jeśli zdający przedstawia nieprecyzyjne zapisy, na przykład pomija nawiasy lub zapisuje nawiasy w niewłaściwych miejscach, ale przeprowadza poprawne rozumowanie lub stosuje właściwą strategię, to może otrzymać przynajmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania.

5. W przypadku zadania wymagającego wyznaczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi poprawną metodę wyznaczania pierwiastków trójmianu kwadratowego, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.

6. W przypadku zadania wymagającego rozwiązania nierówności kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli stosuje poprawny algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowej, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.

7. W przypadku zadania wymagającego stosowania własności funkcji kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt za wykorzystanie konkretnych własności funkcji kwadratowej, istotnych przy poszukiwaniu rozwiązania.

8. W przypadku zadania wymagającego zastosowania własności ciągów arytmetycznych lub geometrycznych zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi wykorzystanie takiej własności ciągu, która umożliwia znalezienie rozwiązania zadania.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

9. W przypadku zadania wymagającego analizowania figur geometrycznych na płaszczyźnie kartezjańskiej zdający może otrzymać punkty, jeżeli przy poszukiwaniu rozwiązania przedstawi poprawne rozumowanie, wykorzystujące własności figur geometrycznych, lub zapisze zależności pozwalające rozwiązać zadanie.
10. W przypadku zadania z rachunku prawdopodobieństwa zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeśli przy wyznaczaniu liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających rozważanemu zdarzeniu przyjmuje określoną regularność lub podaje prawidłową metodę wyznaczenia tej liczby zdarzeń elementarnych.
11. W przypadku zadania z geometrii zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeżeli podaje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka potrzebnej do znalezienia rozwiązania.
12. W przypadku zadania wymagającego przeprowadzenia dowodu (z zakresu algebry lub geometrii), jeśli w przedstawionym rozwiązaniu zdający powoła się na własność, która wyznacza istotny postęp, prowadzący do przeprowadzenia dowodu, to może otrzymać 1 punkt.

II. Dodatkowe **szczegółowe zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Zadanie 26.

1 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego $3x^2 - 2x - 1$, tzn. zastosowanie wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego i obliczenie tych pierwiastków,
ALBO
– konsekwentne (do otrzymanego w wyniku popełnienia błędów o charakterze dyskalkulicznym ujemnego lub równego zero wyróżnika) narysowanie paraboli,
ALBO
– poprawne rozwiązanie nierówności $3x^2 - 2x < 0$ (tzn. stosuje się punkt 6. ogólnych zasad oceniania),
ALBO
– konsekwentne (do wyznaczonych przez siebie pierwiastków oraz do rozpatrywanego trójmianu i nierówności) wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności.

Uwagi:
1. Nie stosuje się uwag 2., 4. i 5. z zasad oceniania arkusza standardowego.
2. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.

Zadanie 27.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 28.

1 pkt – zapisanie równania $8x + 4y = 82$

ALBO

– zapisanie równania $3x + 9y = 60$.

Zadanie 29.

1 pkt – zapisanie, że $f(0) = -9$.

Zadanie 30.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 31.

1 pkt – zapisanie jedynie liczby 36 (należy traktować to jako wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych).

Uwagi:

1. W ocenie rozwiązania tego zadania (dla zdających z dyskalkulią) nie stosuje się uwagi ze standardowych zasad oceniania.
2. Jeżeli zdający poprawnie wypisze/zaznaczy wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A, lecz popełni błąd w ich zliczeniu (np. $|A| = 8$) i konsekwentnie zapisze wynik (np. $\frac{8}{36}$), to otrzymuje **2 punkty**.

Zadanie 32.

1 pkt – zastosowanie definicji cosinusa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym i zapisanie równania z jedną niewiadomą (długością odcinka $|EB|$), np. $\frac{|EB|}{39} = \frac{12}{13}$.

Zadanie 33.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 34.

1 pkt – zapisanie jednego z równań:

- $\frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 90$
- $\frac{a_1 + a_7 + a_8}{3} = 10$
- $a_7 = a_1 + 6r$
- $a_8 = a_1 + 7r$
- $a_{10} = a_1 + 9r$
- $-1500 = a_1 + (k-1) \cdot r$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/