CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**
Formy arkusza:	MMAP-P0-100, MMAP-P0-200, MMAP-P0-300, MMAP-P0-700, MMAP-P0-Q00, MMAP-P0-K00, MMAU-P0-100
Termin egzaminu:	4 czerwca 2025 r.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Uwagi ogólne:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania typu: $\lvert x+4\rvert=5$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu […] i logarytm potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PF

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2. I.3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 5. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia […].

Zasady oceniania
3 pkt – przeprowadzenie pełnego rozumowania.

2 pkt – zapisanie liczb a oraz b w postaciach: $a=5k+1$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$, oraz $b=5l+4$, gdzie $l\in\mathbb{Z}$, **oraz** zapisanie różnicy a^2-b^2 w postaci $25k^2+10k+1-25l^2-40l-16$
ALBO
– zapisanie liczb a oraz b w postaciach: $a=5k+1$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$, oraz $b=5l+4$, gdzie $l\in\mathbb{Z}$, **oraz** zapisanie różnicy a^2-b^2 w postaci $(5k+1-5l-4)(5k+1+5l+4)$,
ALBO
– zapisanie, że suma $a+b$ jest podzielna przez 5,
ALBO
– zapisanie, że jeśli liczba całkowita daje przy dzieleniu przez 5 resztę 1, to jej kwadrat przy dzieleniu przez 5 też daje resztę 1, **oraz** zapisanie, że jeśli liczba

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

całkowita daje przy dzieleniu przez 5 resztę 4, to jej kwadrat przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1.

1 pkt – zapisanie liczby a w postaci $a = 5k + 1$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$
ALBO
– zapisanie liczby b w postaci $b = 5l + 4$, gdzie $l \in \mathbb{Z}$,
ALBO
– zapisanie, że jeśli liczba całkowita daje przy dzieleniu przez 5 resztę 1, to jej kwadrat przy dzieleniu przez 5 też daje resztę 1,
ALBO
– zapisanie, że jeśli liczba całkowita daje przy dzieleniu przez 5 resztę 4, to jej kwadrat przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:
1. Jeżeli zdający sprawdza prawdziwość tezy tylko dla wybranych wartości a i b, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający zapisze liczby a i b w postaciach: $a = 5k + 1$ i $b = 5k + 4$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I
Ponieważ liczba całkowita a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, natomiast liczba całkowita b przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4, więc liczby a i b możemy zapisać w postaci: $a = 5k + 1$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$, oraz $b = 5l + 4$, gdzie $l \in \mathbb{Z}$.

Wtedy

$$a^2 - b^2 = (5k + 1)^2 - (5l + 4)^2 = 25k^2 + 10k + 1 - 25l^2 - 40l - 16 =$$
$$= 25k^2 + 10k - 25l^2 - 40l - 15 = 5 \cdot (5k^2 + 2k - 5l^2 - 8l - 3)$$

Liczba $5k^2 + 2k - 5l^2 - 8l - 3$ jest całkowita, co oznacza, że liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 5.
To należało wykazać.

Sposób II
Ponieważ liczba całkowita a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, natomiast liczba całkowita b przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4, więc liczby a i b możemy zapisać w postaci: $a = 5k + 1$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$, oraz $b = 5l + 4$, gdzie $l \in \mathbb{Z}$.

Wtedy

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (5k + 1 - 5l - 4)(5k + 1 + 5l + 4) =$$
$$= (5k - 5l - 3)(5k + 5l + 5) = 5 \cdot (5k - 5l - 3)(k + l + 1)$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Liczba $(5k-5l-3)(k+l+1)$ jest całkowita, co oznacza, że liczba a^2-b^2 jest podzielna przez 5.
To należało wykazać.

Sposób III

Ponieważ liczba całkowita a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, natomiast liczba całkowita b przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4, więc suma $a+b$ jest podzielna przez 5 (ponieważ suma reszt z dzielenia przez 5 liczb a oraz b jest podzielna przez 5).
Zatem liczba $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ jest podzielna przez 5.
To należało wykazać.

Sposób IV

Liczba całkowita a przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, więc liczba a^2 przy dzieleniu przez 5 również daje resztę 1. Liczba całkowita b przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4, więc liczba b^2 przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1.
Zatem liczby a^2 i b^2 możemy zapisać w postaci: $a^2=5k+1$, gdzie $k\in\mathbb{Z}$, oraz $b^2=5l+1$, gdzie $l\in\mathbb{Z}$.
Wtedy

$$a^2-b^2=5k+1-5l-1=5k-5l=5\cdot(k-l)$$

Liczba $k-l$ jest całkowita, co oznacza, że liczba a^2-b^2 jest podzielna przez 5.
To należało wykazać.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej. II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: […] $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 8. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: IV.2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: 850.

1 pkt – zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć liczby drzew posadzonych w pierwszym i drugim sadzie, np.
$x + y = 1410$ oraz $0{,}85y = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$,
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć liczbę drzew posadzonych w pierwszym sadzie, np.
$0{,}85 \cdot (1410 - x) = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$,
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć liczbę drzew posadzonych w drugim sadzie, np.
$0{,}85y = 0{,}70 \cdot 0{,}80 \cdot (1410 - y)$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Uwagi:

1. Jeżeli zdający sprawdza warunki zadania dla wybranych par liczb x oraz y i wskaże właściwą odpowiedź, ale nie uzasadni, że jest to jedyne rozwiązanie zadania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający w rozwiązaniu używa wartości przybliżonych i otrzymuje wynik różny od 850, to może otrzymać co najwyżej **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Oznaczmy:

x – liczba drzew posadzonych w pierwszym sadzie,

y – liczba drzew posadzonych w drugim sadzie.

Po uwzględnieniu warunków zadania otrzymujemy:

$$x + y = 1\,410 \quad \text{oraz} \quad 0{,}85y = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$$

Z pierwszego z tych równań wyznaczamy $y = 1\,410 - x$ i podstawiamy w miejsce y do drugiego z równań, dzięki czemu otrzymujemy:

$$0{,}85 \cdot (1\,410 - x) = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$$

$$1\,198{,}5 - 0{,}85x = 0{,}56x$$

$$1{,}41x = 1\,198{,}5$$

$$x = 850$$

W maju 2024 roku w pierwszym sadzie posadzono 850 drzew.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 9. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.4) rozwiązuje […] nierówności kwadratowe.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i zapisanie zbioru rozwiązań nierówności:

$x \in (-2, -1)$

ALBO

– zastosowanie poprawnej metody i przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału, np.



1 pkt – obliczenie/zapisanie pierwiastków trójmianu kwadratowego $x^2 + 3x + 2$:

$x_1 = -2$ oraz $x_2 = -1$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu $x^2 + 3x + 2$, popełni błędy (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego, w przypadku gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $x(x+4)$), i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $x(x+4) < 0$), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
4. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału i jednocześnie zapisze niewłaściwy przedział jako zbiór rozwiązań (np. $x \in [-2, -1]$), to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający spełni kryterium za 1 punkt, a następnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $(-1, -2)$, to otrzymuje **2 punkty**.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapisujemy nierówność w postaci $x^2 + 3x + 2 < 0$ i obliczamy miejsca zerowe funkcji $y = x^2 + 3x + 2$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu $x^2 + 3x + 2$:

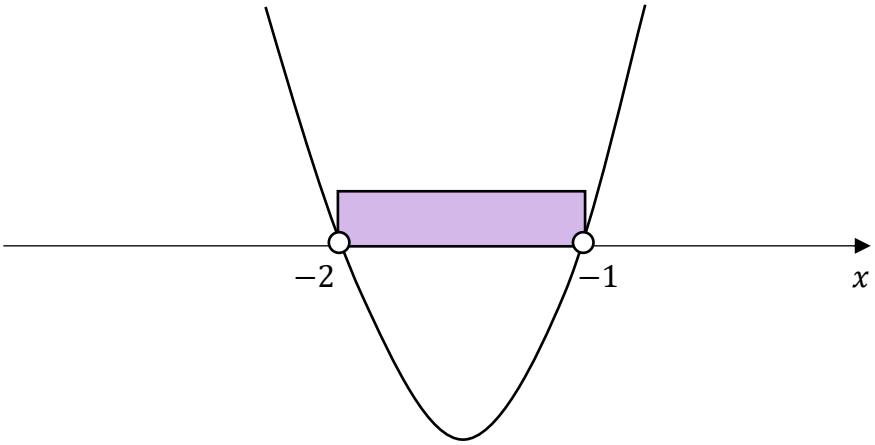
$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

Stąd

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = -2$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = -1$$

Szkicujemy wykres funkcji $y = x^2 + 3x + 2$.
Odczytujemy argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $(-2, -1)$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 10. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, […] przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby […]. I.6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego […].

Zasady oceniania

4 pkt – poprawne uzupełnienie czterech zdań.
3 pkt – poprawne uzupełnienie trzech zdań.
2 pkt – poprawne uzupełnienie dwóch zdań.
1 pkt – poprawne uzupełnienie jednego zdania.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Rozwiązanie

1. $(-5, 3]$

2. $[0, 3]$

3. $[-2, 1]$

4. $(-3, 1]$

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający pomyli porządek liczb na osi liczbowej przy zachowaniu poprawnych krańców przedziału, np. zapisze, że dziedziną funkcji f jest przedział $[3, -5)$, to otrzymuje **1 punkt** za tak uzupełnione zdanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 13. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: V.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$.

2 pkt – obliczenie współczynnika a: $a = 3$
ALBO
– obliczenie współczynnika q: $q = -12$.

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x+1)^2 + q$
ALBO
– zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-1)(x+3)$,
ALBO
– zapisanie układu trzech niezależnych równań z trzema niewiadomymi a, b, c prowadzącego do obliczenia wartości współczynników a, b oraz c, np.:
$4a + 2b + c = 15$ oraz $\frac{-b}{2a} = -1$ oraz $a + b + c = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Wykres funkcji f jest symetryczny względem prostej o równaniu $x = -1$, zatem drugie miejsce zerowe funkcji f jest równe $x_2 = -3$.

Korzystamy ze wzoru na postać iloczynową funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x-1)(x+3), \text{ gdzie } a \neq 0$$

Punkt $(2, 15)$ leży na wykresie funkcji f, zatem dla argumentu 2 funkcja f przyjmuje wartość 15. Stąd otrzymujemy:

$$f(2) = 15$$
$$a(2-1)(2+3) = 15$$
$$5a = 15$$
$$a = 3$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci iloczynowej:

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

$$f(x) = 3(x-1)(x+3)$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci kanonicznej:

$$f(x) = 3(x-1)(x+3) = 3(x^2+2x-3) = 3(x^2+2x+1-4) =$$
$$= 3[(x+1)^2-4] = 3(x+1)^2-12$$

Uwaga.
Postać kanoniczną funkcji f możemy też uzyskać, obliczając współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem tej funkcji. Ponieważ osią symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu $x=-1$, więc pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli jest równa $p=-1$. Druga współrzędna wierzchołka paraboli jest równa

$$q = f(-1) = 3(-1-1)(-1+3) = -12$$

Stąd otrzymujemy postać kanoniczną funkcji f: $f(x) = 3(x+1)^2-12$.

Sposób II

Ponieważ osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x=-1$, więc pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji, jest $p=-1$.

Korzystamy ze wzoru na postać kanoniczną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x+1)^2+q, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1, zatem punkt $(1,0)$ leży na wykresie tej funkcji. Stąd i z tego, że wykres funkcji f przechodzi przez punkt $(2,15)$, otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} f(1)=0 \\ f(2)=15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(1+1)^2+q=0 \\ a(2+1)^2+q=15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a+q=0 \\ 9a+q=15 \end{cases}$$

Odejmujemy równania stronami i otrzymujemy:

$$-5a = -15$$

$$a = 3$$

Stąd:

$$q = -4a = -12$$

Zatem $f(x) = 3(x+1)^2-12$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób III

Korzystamy ze wzoru na postać ogólną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Ponieważ osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = -1$, więc pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji, jest $p = -1$.
Stąd:

$$\frac{-b}{2a} = -1$$

$$b = 2a$$

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1, zatem:

$$f(1) = 0$$

$$a + b + c = 0$$

Podstawiamy do równania w miejsce b wyrażenie $2a$ i otrzymujemy:

$$a + 2a + c = 0$$

$$c = -3a$$

Punkt $(2, 15)$ leży na wykresie funkcji f, zatem dla argumentu 2 funkcja f przyjmuje wartość 15. Stąd otrzymujemy:

$$f(2) = 15$$

$$4a + 2b + c = 15$$

Podstawiamy do równania w miejsce b wyrażenie $2a$, natomiast w miejsce c podstawiamy wyrażenie $(-3a)$ i otrzymujemy:

$$4a + 2 \cdot (2a) - 3a = 15$$

$$5a = 15$$

$$a = 3$$

Zatem:

$$b = 2a = 6 \text{ oraz } c = -3a = -9$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej:

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 9$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci kanonicznej:

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x^2 + 2x + 1 - 4) =$$

$$= 3[(x + 1)^2 - 4] = 3(x + 1)^2 - 12$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 14.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 14.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: VI.4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny […]. I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 15.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 15.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na […] sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: VI.7) wykorzystuje własności ciągów […] geometrycznych, do rozwiązywania zadań […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: VII.2) korzysta z wzorów $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\ \operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VII.1) wykorzystuje definicje funkcji sinus, cosinus […] dla kątów od $0°$ do $180°$ […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 19.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt […]; VIII.1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 19.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.	Zdający: VIII.10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: […] środek okręgu opisanego na trójkącie […]; VIII.1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: VIII.5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 21. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.	Zdający: VIII.9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 22. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: IX.2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie […].

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $p = \frac{6}{5}$.

1 pkt – zapisanie równania prostej l: $y = 5x - 4$

ALBO

– zapisanie równania z niewiadomą p, np.:

$$\frac{2+4}{p-0} = 5, \quad \frac{|5 \cdot p - 2 + 7|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2}} = \frac{|5 \cdot 0 - (-4) + 7|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2}},$$

ALBO

– zapisanie układu dwóch równań liniowych prowadzącego do obliczenia p, np.

$-4 = 5 \cdot 0 + b$ oraz $2 = 5 \cdot p + b$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Prosta l jest równoległa do prostej k, zatem współczynnik kierunkowy prostej l jest równy 5. Ponadto prosta l przecina oś Oy w punkcie $(0,-4)$, zatem równanie prostej l ma postać: $y = 5x - 4$.

Punkt o współrzędnych $(p,2)$ należy do prostej l, stąd:

$$2 = 5p - 4$$

$$p = \frac{6}{5}$$

Sposób II

Prosta l jest równoległa do prostej k, zatem współczynnik kierunkowy prostej l jest równy 5. Ponadto prosta l przechodzi przez punkty $(0,-4)$ oraz $(p,2)$.
Zatem ze wzoru na współczynnik kierunkowy prostej otrzymujemy równanie:

$$\frac{2+4}{p-0} = 5$$

Stąd:

$$5p = 6$$

$$p = \frac{6}{5}$$

Zadanie 23. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.4) posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$; IX.5) wyznacza obrazy okręgów […] w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 24. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: X.5) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów […]. VI.7) wykorzystuje własności ciągów […] geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $V = 27$.

3 pkt – obliczenie długości (lub kwadratu długości) jednej z krawędzi prostopadłościanu, np. $a = \frac{3}{4}$ (lub $a^2 = \frac{9}{16}$).

2 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą a, np.
$94{,}5 = 2 \cdot (a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a)$
ALBO
– zapisanie objętości prostopadłościanu w zależności od jednej zmiennej, np. $V = 64a^3$.

1 pkt – zapisanie długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka w zależności od jednej zmiennej, np. $a,\ 4a,\ 16a$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

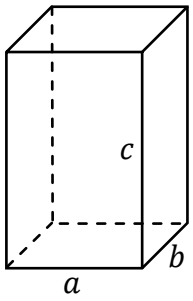
Uwagi:

1. Jeżeli zdający myli ciąg geometryczny z arytmetycznym (przyjmuje, że długości krawędzi prostopadłościanu są równe $a,\ a+4,\ a+8$), to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie (za – konsekwentnie do popełnionego błędu – obliczenie długości jednej z krawędzi prostopadłościanu i za obliczenie objętości prostopadłościanu).
2. Jeżeli zdający rozwiązuje równanie $94{,}5 = a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a$ (tzn. pomija czynnik 2 we wzorze na pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu), to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie (za zapisanie długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka w zależności od jednej zmiennej oraz za – konsekwentnie do popełnionego błędu – obliczenie objętości prostopadłościanu).
3. Jeżeli zdający odgadnie długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka: $\frac{3}{4},\ 3,\ 12$, oraz sprawdzi rachunkiem, że spełniają one warunki zadania, a następnie obliczy objętość ostrosłupa $V = 27$, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku, przy czym niech $a < b < c$.



Z warunków zadania otrzymujemy: $b = 4a,\ c = 16a$. Stąd i z tego, że pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe $94{,}5$, otrzymujemy równanie:

$$2 \cdot (a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a) = 94{,}5$$

$$2 \cdot (4a^2 + 16a^2 + 64a^2) = 94{,}5$$

$$168a^2 = 94{,}5$$

$$a^2 = 0{,}5625$$

$$a = 0{,}75 = \frac{3}{4}$$

Obliczamy objętość prostopadłościanu:

$$V = abc = a \cdot 4a \cdot 16a = 64a^3 = 64 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 64 \cdot \frac{27}{64} = 27$$

Zadanie 25. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: X.5) oblicza […] pola powierzchni […] ostrosłupów […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 26. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Zdający: X.4) rozpoznaje […] w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) […]; X.5) oblicza objętości […] stożka […], również z wykorzystaniem trygonometrii.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 27. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $P(A) = \frac{17}{24}$.

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych *LUB* obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega| = 6 \cdot 4$, *LUB* sporządzenie tabeli o 24 polach odpowiadających zdarzeniom elementarnym, *LUB* sporządzenie pełnego drzewa stochastycznego
ALBO
– wypisanie (lub zaznaczenie w tabeli) wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A i niewypisanie żadnego niewłaściwego,
ALBO
– podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A| = 17$, o ile nie zostały zliczone błędne pary,
ALBO
– sporządzenie fragmentu drzewa stochastycznego, który zawiera wszystkie gałęzie sprzyjające zdarzeniu A, **oraz** zapisanie prawdopodobieństwa na co najmniej jednym odcinku każdego z etapów doświadczenia,
ALBO
– podanie prawdopodobieństwa jednoelementowego zdarzenia (elementarnego): $\frac{1}{24}$,

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

ALBO

– zapisanie tylko $P(A)=\frac{17}{24}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 17 lub 24 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x, y), gdzie $x \in \{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$ oraz $y \in \{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$.
Liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych obliczamy z wykorzystaniem reguły mnożenia.
Moc zbioru Ω jest równa $6 \cdot 4 = 24$.
Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne:
$(-3,-2), (-3,-1), (-3,0), (-2,-2), (-2,-1), (-2,0), (-1,-2), (-1,-1), (-1,0),$
$(0,-2), (0,-1), (0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (2,0), (2,1),$
więc moc zbioru A jest równa 17.
Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{17}{24}$.

Sposób II

W tabeli literą $\mathcal{A}$ zaznaczamy zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A.

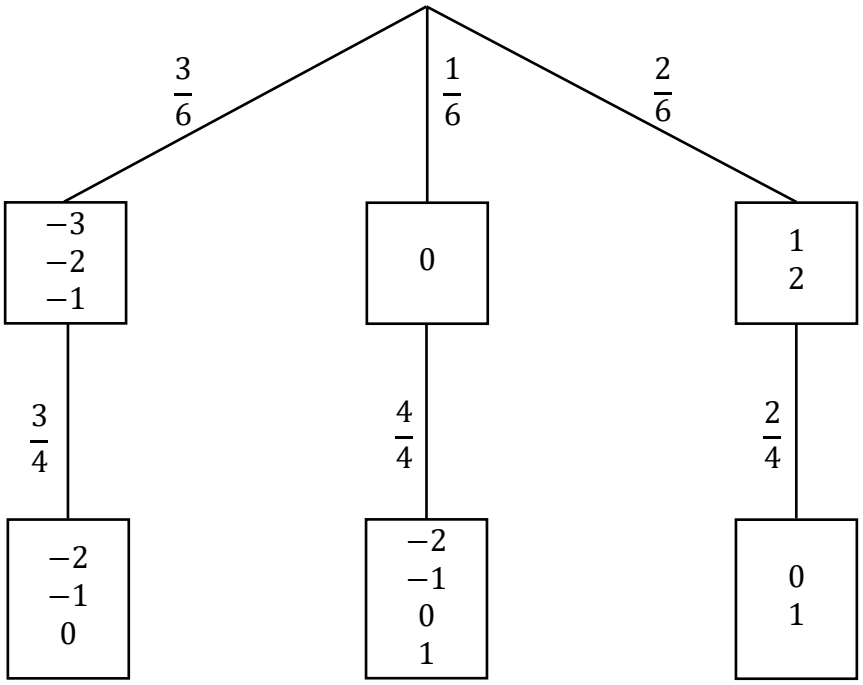
X \ Y	-2	-1	0	1
-3	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	
-2	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	
-1	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	
0	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$
1			$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$
2			$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$

Moc zbioru Ω jest równa 24.
Zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A jest 17.
Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{17}{24}$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Sposób III (drzewo stochastyczne)

Rysujemy fragment drzewa stochastycznego rozważanego doświadczenia, z uwzględnieniem wszystkich istotnych gałęzi.



Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe:

$$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{4} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{17}{24}$$

Zadanie 28. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XI.2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 29. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 30. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną […], znajduje medianę i dominantę.

Zasady oceniania
3 pkt – poprawne uzupełnienie trzech zdań.
2 pkt – poprawne uzupełnienie dwóch zdań.
1 pkt – poprawne uzupełnienie jednego zdania.
0 pkt – brak spełnienia powyższych kryteriów.

Uwaga:
Nie akceptuje się zaokrągleń otrzymanych wyników.

Rozwiązanie

1. 11

2. 3,5

3. 4

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Zadanie 31. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.	Zdający: XIII) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Ocena prac osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Obowiązują zasady oceniania stosowane przy sprawdzaniu prac zdających bez stwierdzonej dyskalkulii z dodatkowym uwzględnieniem:

I. **ogólnych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią (punkty 1.–12.);
II. dodatkowych **szczegółowych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią – egzamin maturalny z matematyki, poziom podstawowy, termin dodatkowy 2025.

I. **Ogólne zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

1. Nie należy traktować jako błędy merytoryczne pomyłek, wynikających z:
   - błędnego przepisania
   - przestawienia cyfr
   - zapisania innej cyfry, ale o podobnym wyglądzie
   - przestawienia położenia przecinka
   - przestawienia położenia znaku liczby.
2. W przypadku błędów, wynikających ze zmiany znaku liczby, należy w każdym zadaniu oddzielnie przeanalizować, czy zdający opanował inne umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, oceniane w zadaniu. W przypadku opanowania badanych umiejętności zdający powinien otrzymać przynajmniej 1 punkt.
3. We wszystkich zadaniach otwartych, w których wskazano poprawną metodę rozwiązania, części lub całości zadania, zdającemu należy przyznać przynajmniej 1 punkt, zgodnie z kryteriami do poszczególnych zadań.
4. Jeśli zdający przedstawia nieprecyzyjne zapisy, na przykład pomija nawiasy lub zapisuje nawiasy w niewłaściwych miejscach, ale przeprowadza poprawne rozumowanie lub stosuje właściwą strategię, to może otrzymać przynajmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania.
5. W przypadku zadania wymagającego wyznaczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi poprawną metodę wyznaczania pierwiastków trójmianu kwadratowego, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
6. W przypadku zadania wymagającego rozwiązania nierówności kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli stosuje poprawny algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowej, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
7. W przypadku zadania wymagającego stosowania własności funkcji kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt za wykorzystanie konkretnych własności funkcji kwadratowej, istotnych przy poszukiwaniu rozwiązania.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

8. W przypadku zadania wymagającego zastosowania własności ciągów arytmetycznych lub geometrycznych zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi wykorzystanie takiej własności ciągu, która umożliwia znalezienie rozwiązania zadania.
9. W przypadku zadania wymagającego analizowania figur geometrycznych na płaszczyźnie kartezjańskiej zdający może otrzymać punkty, jeżeli przy poszukiwaniu rozwiązania przedstawi poprawne rozumowanie, wykorzystujące własności figur geometrycznych lub zapisze zależności, pozwalające rozwiązać zadanie.
10. W przypadku zadania z rachunku prawdopodobieństwa zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeśli przy wyznaczaniu liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających rozważanemu zdarzeniu przyjmuje określoną regularność lub podaje prawidłową metodę wyznaczenia tej liczby zdarzeń elementarnych.
11. W przypadku zadania z geometrii zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeżeli podaje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka potrzebnej do znalezienia rozwiązania.
12. W przypadku zadania wymagającego przeprowadzenia dowodu (z zakresu algebry lub geometrii), jeśli w przedstawionym rozwiązaniu zdający powoła się na własność, która wyznacza istotny postęp, prowadzący do przeprowadzenia dowodu, to może otrzymać 1 punkt.

II. Dodatkowe **szczegółowe zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Zadanie 5.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 8.

1 pkt – zapisanie równania $85\% \cdot y = 70\% \cdot 80\% \cdot x$.

Zadanie 9.

1 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego $x^2 + 3x + 2$, tzn. zastosowanie wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego i obliczenie tych pierwiastków

ALBO

– konsekwentne (do otrzymanego w wyniku popełnienia błędów o charakterze dyskalkulicznym ujemnego wyróżnika) narysowanie paraboli,

ALBO

– poprawne rozwiązanie nierówności $x(x+4) < 0$ (tzn. stosuje się punkt 6. ogólnych zasad oceniania),

ALBO

– konsekwentne (do wyznaczonych przez siebie pierwiastków oraz rozpatrywanego trójmianu i nierówności) wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Uwagi:
1. Jeżeli zdający, rozwiązując nierówność, pomyli porządek liczb na osi liczbowej i zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $(-1, -2)$, to może otrzymać **2 punkty** za całe rozwiązanie.
2. Nie stosuje się uwag 2. i 3. z zasad oceniania arkusza standardowego.
3. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.

Zadanie 10.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 13.

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-p)^2 + q$ **oraz** zapisanie $p = -1$
ALBO
– wyznaczenie drugiego miejsca zerowego funkcji f: $x_1 = -3$.

Zadanie 22.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 24.

3 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą a, np.
$94{,}5 = 2 \cdot (a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a)$ **oraz**
zapisanie objętości prostopadłościanu w postaci $V = 64a^3$.

Zadanie 27.

1 pkt – zapisanie jedynie liczby 24 (należy traktować to jako wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych).

Uwagi:
1. W ocenie rozwiązania tego zadania (dla zdających z dyskalkulią) nie stosuje się uwagi ze standardowych zasad oceniania.
2. Jeżeli zdający poprawnie wypisze/zaznaczy wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A, lecz popełni błąd w ich zliczeniu (np. $|A| = 16$) i konsekwentnie zapisze wynik (np. $\frac{16}{24}$), to otrzymuje **2 punkty**

Zadanie 30.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/