CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

| | |
|---|---|
| *Rodzaj dokumentu:* | **Zasady oceniania rozwiązań zadań** |
| *Egzamin:* | **Egzamin ósmoklasisty**<br>**TEST DIAGNOSTYCZNY** |
| *Przedmiot:* | **Matematyka** |
| *Formy arkusza:* | OMAP-100-2412; OMAP-200-2412;<br>OMAP-400-2412; OMAP-500-2412;<br>OMAP-C00-2412; OMAP-K00-2412;<br>OMAU-C00-2412 |
| *Termin egzaminu:* | 3 grudnia 2024 r. |
| *Data publikacji dokumentu:* | 10 grudnia 2024 r. |

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 1. (0–1)

| Podstawa programowa 2024[1] | |
|---|---|
| **Wymaganie ogólne** | **Wymagania szczegółowe** |
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | **KLASY IV–VI**<br>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram […].<br>V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:<br>2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych), pisemnie (w przypadku gdy ułamki mają razem co najwyżej 6 cyfr różnych od zera) […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
AD

## Zadanie 2. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY VII i VIII**<br>I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:<br>2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;<br>3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;<br>4) podnosi potęgę do potęgi. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
PP

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 3. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY VII i VIII**<br>IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:<br>3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;<br>4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
B

## Zadanie 4. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych. | **KLASY VII i VIII**<br>II. Pierwiastki. Uczeń:<br>3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, np. znajduje liczbę całkowitą $a$ taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
BC

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 5. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY VII i VIII**<br>XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:<br>2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na […] losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
D

## Zadanie 6. (0−1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych. | **KLASY VII i VIII**<br>X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1{,}5$ lub taki jak $x < -\frac{4}{7}$. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 7. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY IV–VI**<br>XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
PP

## Zadanie 8. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY VII i VIII**<br>XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:<br>3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
BD

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 9. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.<br>**KLASY VII i VIII**<br>IX. Wielokąty. Uczeń:<br>2) stosuje wzory na pole […] kwadratu […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
D

## Zadanie 10. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.<br>1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie. | **KLASY IV–VI**<br>VIII. Kąty. Uczeń:<br>6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.<br>**KLASY VII i VIII**<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 11. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: […] rombu […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
B

## Zadanie 12. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | **KLASY VII i VIII**<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;<br>6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując […] własności trójkątów równoramiennych. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
FP

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 13. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:<br>5) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu.<br>**KLASY VII i VIII**<br>XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>2) oblicza objętości […] graniastosłupów prostych, prawidłowych […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
A

## Zadanie 14. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY IV–VI**<br>XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:<br>3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach […];<br>9) w sytuacji praktycznej oblicza: […] prędkość przy danej drodze i czasie […] oraz stosuje jednostki prędkości km/h […]. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
C

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 15. (0–1)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.<br>**KLASY VII i VIII**<br>XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:<br>1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy. |

**Zasady oceniania**
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**
FP

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## ZADANIA OTWARTE

### Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16 – 21 uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.℃ – OC)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 16. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| I. Sprawność rachunkowa.<br>2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania. | **KLASY IV–VI**<br>II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:<br>11) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych co najwyżej trzycyfrowych metodą rozkładu na czynniki. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia liczby uczestników festynu, którzy otrzymali i sok, i ciastko, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(15)$.

**1 punkt**
- poprawny sposób obliczenia najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) liczb $6$ i $10$
*LUB*
- ustalenie bez obliczeń, że co $30$ osoba otrzyma i sok, i ciastko,
*LUB*
- zapisanie kilku początkowych kolejnych numerów uczestników, którzy otrzymali sok oraz zapisanie kilku początkowych kolejnych numerów uczestników, którzy otrzymali ciastko ***oraz*** wskazanie numeru uczestnika różnego od $1$, który otrzyma i sok, i ciastko, np.
uczestnicy, którzy otrzymali sok: $1, 7, 13, 19, 25, (31), 37, \ldots$
uczestnicy, którzy otrzymali ciastko: $1, 11, 21, (31), 41, \ldots$
*LUB*
- ustalenie bez obliczeń, że drugą osobą, która otrzyma i sok, i ciastko jest uczestnik o numerze $31$.

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

**I sposób**
Wypiszemy kilka początkowych kolejnych wielokrotności liczby $6$:

$$6, 12, 18, 24, (30), 36, 42, \ldots$$

Wypiszemy kilka początkowych kolejnych wielokrotności liczby $10$:

$$10, 20, (30), 40, 50, 60, \ldots$$

Zauważymy, że najmniejszą wspólną wielokrotnością liczb $6$ i $10$ jest liczba $30$, czyli

$$\text{NWW}\,(6, 10) = 30$$

To oznacza, że co $30$ osoba, licząc od pierwszej (tzn. $1$, $31$, $61$, …) otrzymała i sok, i ciastko.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Obliczymy, na ile takich $30$-osobowych grup można było podzielić $450$ uczestników festynu:

$$450 : 30 = 15$$

Odpowiedź: Sok i ciastko otrzymało $15$ uczestników tego festynu.

**II sposób**

Wypiszemy kilka początkowych kolejnych wielokrotności liczby $6$:

$$6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots$$

Zauważymy, że najmniejszą wielokrotnością liczby $6$, podzielną przez $10$ jest liczba $30$.
Czyli spośród każdych kolejnych $30$ osób pierwsza osoba otrzymała i sok, i ciastko.

Obliczymy, na ile $30$-osobowych grup można podzielić $450$ uczestników festynu:

$$450 : 30 = 15$$

Pierwsza osoba w każdej z tych piętnastu $30$-osobowych grup otrzymała i sok, i ciastko, zatem $15$ osób otrzymało i sok, i ciastko.

Odpowiedź: Sok i ciastko otrzymało $15$ uczestników tego festynu.

**III sposób**

Wypiszemy kilka początkowych numerów uczestników, którzy otrzymali sok:

$$1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, \ldots$$

Wypiszemy kilka początkowych numerów uczestników, którzy otrzymali ciastko:

$$1, 11, 21, 31, 41, \ldots$$

Zauważymy, że sok i ciastko otrzymuje co $30$ osoba, czyli:

$$1,\ 31,\ 61,\ 91,\ 121,\ 151,\ 181,\ 211,\ 241,\ 271,\ 301,\ 331,\ 361,\ 391,\ 421,\ \sout{451}$$

Odpowiedź: Sok i ciastko otrzymało $15$ uczestników tego festynu.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 17. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu. | **KLASY IV–VI**<br>IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:<br>1) rozpoznaje i nazywa trójkąty […] równoboczne […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.<br>IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:<br>2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne.<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>8) przeprowadza dowody geometryczne […]. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia długości boków $AC$ oraz $AB$ lub $BC$ oraz $AB$ trójkąta $ABC$, prawidłowe obliczenia, prawidłowy wynik liczbowy $(48)$ ***oraz*** zapisanie wniosku, że trójkąt $ABC$ jest równoboczny.

**2 punkty**
poprawny sposób obliczenia długości jednego boku trójkąta $ABC$.

**1 punkt**
zapisanie poprawnego równania, prowadzącego do obliczenia niewiadomej $x$, np. $3x - 12 = 88 - 2x$

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwagi**
1. Jeżeli uczeń sprawdza warunki zadania dla konkretnej wartości zmiennej $x$, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.
2. Jeżeli uczeń w wyniku błędu rachunkowego otrzymuje, że długość jednego z boków jest liczbą ujemną, to za rozwiązanie zadania może maksymalnie otrzymać 1 punkt.
3. Jeżeli uczeń rozwiązuje równanie $1{,}5x + 18 = 88 - 2x$ lub $1{,}5x + 18 = 3x - 12$ i bez błędów rachunkowych doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to otrzymuje 3 punkty. Jeśli nie doprowadza rozwiązania zadania do końca lub na którymkolwiek etapie popełnia błąd rachunkowy, to otrzymuje 0 punktów.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

4. Jeżeli uczeń rozwiązuje trzy równania:
   $1{,}5x + 18 = 88 - 2x$ ***oraz*** $1{,}5x + 18 = 3x - 12$ ***oraz*** $3x - 12 = 88 - 2x$
   i na podstawie otrzymanej wartości zmiennej $x$, formułuje poprawny wniosek o równości boków trójkąta $ABC$, to otrzymuje 3 punkty.
5. Nie ocenia się stosowania jednostki.

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**

Długość boku $AC$ w tym trójkącie jest równa długości boku $BC$, zatem zapiszemy równanie:

$$3x - 12 = 88 - 2x$$
$$5x = 100$$
$$x = 20$$

Obliczymy długości boków trójkąta $ABC$:

$$|AC| = 3 \cdot 20 - 12 = 60 - 12 = 48$$
$$|BC| = 88 - 2 \cdot 20 = 88 - 40 = 48$$
$$|AB| = 1{,}5 \cdot 20 + 18 = 30 + 18 = 48$$

$$|AC| = |BC| = |AB| = 48$$

Boki tego trójkąta są jednakowej długości, zatem trójkąt $ABC$ jest równoboczny.

**II sposób**

Długość boku $AC$ w tym trójkącie jest równa długości boku $BC$, zatem zapiszemy równanie:

$$3x - 12 = 88 - 2x$$
$$5x = 100$$
$$x = 20$$

Stąd wynika, że bok $AB$ ma długość:

$$1{,}5x + 18 = 1{,}5 \cdot 20 + 18 = 48$$

Obliczymy długość boku $AC$:

$$3x - 12 = 60 - 12 = 48$$

Wiadomo, że $|AC| = |BC| = 48$ oraz $|AB| = 48$, zatem trójkąt $ABC$ jest równoboczny.

Boki tego trójkąta są jednakowej długości, zatem trójkąt $ABC$ jest równoboczny.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 18. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi. | **KLASY IV–VI**<br>XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:<br>3) oblicza pola: […] trapezu, przedstawionych[ego] na rysunku […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:<br>7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa […]. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia pola trapezu, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(204\ \text{cm}^2)$.

**2 punkty**

- poprawny sposób obliczenia długości odcinka $AE$, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości podstawy $AB$ trapezu, np. zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego, ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trapezu (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami lub długościami odcinków otrzymanymi w wyniku zastosowania poprawnego sposobu ich obliczenia), np.

  $12^2 + |AE|^2 = 13^2$ ***oraz*** $12\ \text{cm} + 2 \cdot |AE| = |AB|$ ***oraz*** $P = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |DE|}{2}$

  (lub zapisy równoważne)
  albo

  $12^2 + |AE|^2 = 13^2$ ***oraz*** $12\ \text{cm} + 2 \cdot 5\ \text{cm} = 22\ \text{cm}$ ***oraz*** $P = \frac{(12 + 22) \cdot 12}{2}$

  (lub zapisy równoważne)
  *LUB*
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości odcinka $AE$ $(5\ \text{cm})$ ***oraz*** ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości podstawy $AB$ trapezu $(22\ \text{cm})$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trapezu (zgodnie z przyjętymi oznaczeniami lub poprawnymi wartościami liczbowymi), np. zapisanie:

  $|AE| = 5\ \text{cm}$ ***oraz*** $|AB| = 22\ \text{cm}$ ***oraz*** $P = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |DE|}{2}$

  (lub zapisy równoważne)
  albo

  $|AE| = 5\ \text{cm}$ ***oraz*** $|AB| = 22\ \text{cm}$ ***oraz*** $P = \frac{(12 + 22) \cdot 12}{2}$

  (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest sumą pola trójkąta prostokątnego $AED$ o przyprostokątnej $12\ \text{cm}$, pola trójkąta przystającego do niego i pola kwadratu

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

o boku długości $12\ \text{cm}$ ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości odcinka $AE$, np. zapisanie:

$P_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot 12 + 12^2$ ***oraz*** $12^2 + |AE|^2 = 13^2$ (lub zapisy równoważne).

**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia długości odcinka $AE$, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie:
  $12^2 + |AE|^2 = 13^2$
  *LUB*
- zapisanie, że długość odcinka $AE$ jest równa $5\ \text{cm}$ (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,
  *LUB*
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, wzoru na pole trapezu z uwzględnieniem długości podstawy $CD$ trapezu, wysokości $DE$ oraz zależności między długościami podstaw trapezu $ABCD$, np.
  $P = \frac{(12 + 12 + 2 \cdot |AE|) \cdot 12}{2}$
  *LUB*
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest sumą pola trójkąta prostokątnego $AED$ o przyprostokątnej $12\ \text{cm}$, pola trójkąta przystającego do niego i pola kwadratu o boku długości $12\ \text{cm}$, np.
  $P_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot 12 + 12^2$ (lub zapisy równoważne).

**0 punktów**

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

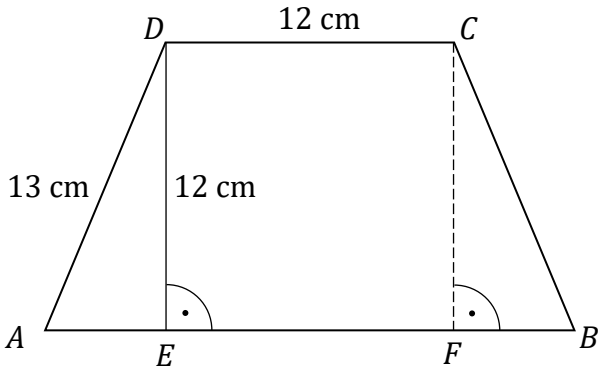
**<u>Uwaga</u>**

Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**




Obliczymy długość odcinka $AE$ z twierdzenia Pitagorasa:

$$|AE|^2 + 12^2 = 13^2$$
$$|AE|^2 = 169 - 144 = 25$$
$$|AE| = 5\ (\text{cm})$$

Ponieważ trapez $ABCD$ jest równoramienny, to $|AE| = |FB| = 5\ (\text{cm})$.
Obliczymy długość podstawy $AB$ trapezu:

$$|AB| = 12\ \text{cm} + 2 \cdot 5\ \text{cm} = 22\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole trapezu $ABCD$:

$$P = \frac{(12 + 22) \cdot 12}{2} = 204\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $204\ \text{cm}^2$.

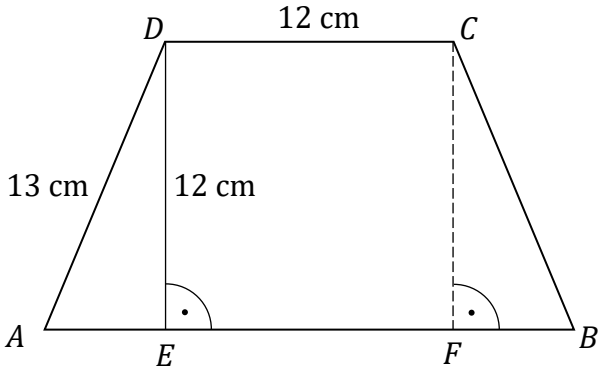
**II sposób**

Obliczymy pole kwadratu $EFCD$:

$$P_{EFCD} = 12^2 = 144\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy długość odcinka $AE$ z twierdzenia Pitagorasa:

$$|AE|^2 + 12^2 = 13^2$$
$$|AE|^2 = 169 - 144 = 25$$
$$|AE| = 5\ (\text{cm})$$




Trapez $ABCD$ jest równoramienny, zatem $|AE| = |FB| = 5\ (\text{cm})$.
Zauważymy, że trójkąty $AED$ i $BFC$ są przystające. Obliczymy pole trójkąta $AED$ oraz pole trójkąta $BFC$:

$$P_{AED} = P_{BFC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30\ (\text{cm}^2)$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

Obliczymy pole trapezu $ABCD$ jako sumę pól dwóch trójkątów prostokątnych $AED$ i $BFC$ oraz pola kwadratu $EFCD$:

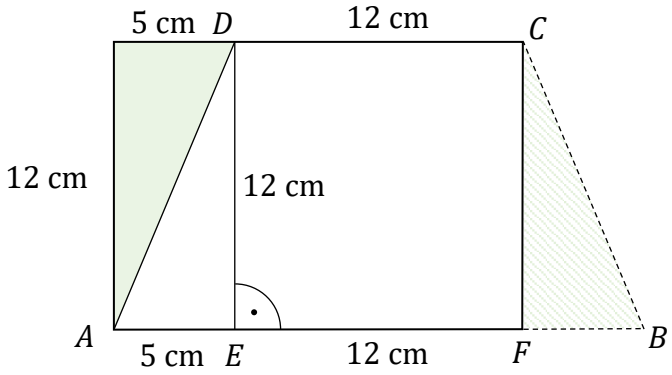
$$P_{ABCD} = 2 \cdot P_{AED} + P_{EFCD}$$
$$P = 2 \cdot 30\ \text{cm}^2 + 144\ \text{cm}^2 = 204\ \text{cm}^2$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $204\ \text{cm}^2$.

**III sposób**

Obliczymy długość odcinka $AE$ z twierdzenia Pitagorasa:

$$|AE|^2 + 12^2 = 13^2$$
$$|AE|^2 = 169 - 144 = 25$$
$$|AE| = 5\ (\text{cm})$$




Ponieważ trapez $ABCD$ jest równoramienny, to $|AE| = |FB| = 5\ (\text{cm})$.

Zauważymy, że trójkąt prostokątny $BFC$ jest przystający do trójkąta prostokątnego $AED$. Z tych trójkątów i z kwadratu o boku długości $12\ \text{cm}$ można zbudować prostokąt o polu równym polu trapezu $ABCD$.
Obliczymy pole otrzymanego prostokąta:

$$P_{ABCD} = P_{prostokąta} = 12 \cdot 17 = 204\ \text{cm}^2$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCD$ jest równe $204\ \text{cm}^2$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 19. (0–3)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY IV–VI**<br>XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:<br>5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.<br>**KLASY VII i VIII**<br>III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:<br>3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. |

**Zasady oceniania**

**3 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia ceny butów ***oraz*** poprawny sposób obliczenia ceny nart, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowe wyniki liczbowe (buty: $1200$ zł, narty: $1700$ zł)

**2 punkty**
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia ceny butów ***oraz*** ceny nart
  *LUB*
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą, prowadzącego do obliczenia ceny butów ***oraz*** poprawny sposób obliczenia ceny nart, np.
  $500 = b - 700$ ***oraz*** $n = b + 500$ (lub zapisy równoważne),
  *LUB*
- zapisanie poprawnych zależności między ceną nart i ceną butów ***oraz*** zapisanie ceny butów bez przedstawienia sposobu jej obliczenia np.
  $n = b + 500$ ***oraz*** $b = 1200$ (lub zapisy równoważne).

**1 punkt**
- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia ceny butów
  *LUB*
- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą, prowadzącego do obliczenia ceny butów, np.
  $500 = b - 700$
  *LUB*
- zapisanie poprawnych zależności między cenami kasku, butów i nart, np.
  $n + k = n + b - 700$ ***oraz*** $b + k = n$ (lub zapisy równoważne).

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**

**I sposób**

Skoro narty i kask kosztują o $700$ zł mniej niż narty i buty, to oznacza, że buty są o $700$ zł droższe od kasku czyli kosztują:

$$700 + 500 = 1200 \text{ (zł)}$$

Ponieważ narty kosztują tyle, co buty i kask razem, to oznacza, że ich cena jest równa:

$$1200 + 500 = 1700 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Narty kosztują $1700$ zł, a buty kosztują $1200$ zł.

**II sposób**

Oznaczymy cenę nart jako $n$ oraz cenę butów jako $b$.
Kask kosztuje $500$ złotych.

Narty i kask kosztują razem o $700$ zł mniej niż narty i buty, więc zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$n + 500 = n + b - 700$$
$$500 = b - 700$$
$$b = 700 + 500$$
$$b = 1200 \text{ (zł)}$$

Wiadomo, że buty i kask kosztują razem tyle co narty, czyli

$$n = b + 500$$
$$n = 1200 + 500$$
$$n = 1700 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Narty kosztują $1700$ zł, a buty kosztują $1200$ zł.

**III sposób**

Oznaczymy cenę kasku jako $k$, cenę nart jako $n$ oraz cenę butów jako $b$.
Kask kosztuje $500$ złotych:

$$k = 500$$

Buty i kask kosztują razem tyle co narty:

$$n = b + k$$

zatem:

$$n = b + 500$$

Narty i kask kosztują razem o $700$ zł mniej niż narty i buty:

$$n + k = n + b - 700$$

Obliczymy, ile kosztują buty. Zapiszemy i rozwiążemy równanie:

$$b + 500 + 500 = b + 500 + b - 700$$
$$1000 = 500 + b - 700$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

$$b = 1200 \text{ (zł)}$$

Obliczymy, ile kosztują narty:

$$n = 1200 + 500$$
$$n = 1700 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Narty kosztują $1700$ zł, a buty kosztują $1200$ zł.

## Zadanie 20. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymagania szczegółowe |
|---|---|
| IV. Rozumowanie i argumentacja.<br>3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki. | **KLASY IV–VI**<br>X. Bryły. Uczeń:<br>3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych […].<br>**KLASY VII i VIII**<br>XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:<br>2) oblicza […] pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych […]. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia pola powierzchni bocznej graniastosłupa, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką ($216 \text{ cm}^2$).

**1 punkt**

- poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy ***oraz*** wysokości graniastosłupa, np. zapisanie
  $a = 18 \text{ (cm)} : 3$ ***oraz*** $H = 1{,}5 \cdot a$
  *LUB*
- ustalenie (np. zapisanie na rysunku) długości krawędzi podstawy ***oraz*** wysokości graniastosłupa
  $a = 6 \text{ (cm)}$ ***oraz*** $H = 9 \text{ (cm)}$,
  *LUB*
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, poprawnego wzoru na pole powierzchni bocznej graniastosłupa, np.
  $P_b = (18 + a) \cdot 1{,}5a$ gdzie $a$ oznacza długość krótszej krawędzi graniastosłupa
  albo
  $P_b = 4 \cdot 6 \cdot H$
  albo
  $P_b = \frac{4}{3} \cdot 18 \cdot H$ (lub zapisy równoważne).

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

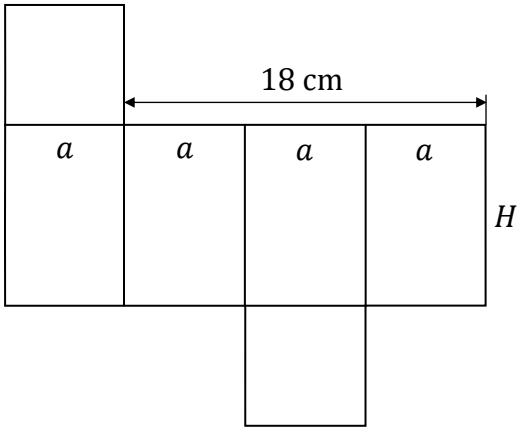
**Uwaga**
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

**Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**

**I sposób**

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat. Oznaczymy na rysunku długość krótszej krawędzi tego graniastosłupa jako $a$.




Obliczymy długość krawędzi $a$ graniastosłupa:

$$3a = 18$$

$$a = 6\ (\text{cm})$$

Obliczymy wysokość $H$ graniastosłupa:

$$H = 1{,}5 \cdot a = 1{,}5 \cdot 6$$

$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej graniastosłupa:

$$P_b = 4 \cdot a \cdot H = 4 \cdot 6 \cdot 9$$

$$P_b = 216\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe $216\ \text{cm}^2$.

**II sposób**

Suma długości trzech krótszych krawędzi graniastosłupa jest równa $18\ \text{cm}$, zatem długość jednej krawędzi jest równa $6\ \text{cm}$, a długość czterech krawędzi to $24\ \text{cm}$.

Wysokość graniastosłupa jest $1{,}5$ razy większa od długości krótszej krawędzi, zatem:

$$H = 1{,}5 \cdot 6$$

$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej graniastosłupa:

$$P_b = 24 \cdot H = 24 \cdot 9 = 216\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe $216\ \text{cm}^2$.

**III sposób**

Suma długości trzech krótszych krawędzi graniastosłupa jest równa $18\ \text{cm}$, zatem długość jednej krawędzi jest równa $6\ \text{cm}$.

Wysokość graniastosłupa jest $1{,}5$ razy większa od długości krótszej krawędzi, zatem:

$$H = 1{,}5 \cdot 6$$

$$H = 9\ (\text{cm})$$

Obliczymy pole powierzchni jednej ściany bocznej graniastosłupa:

$$P = 6 \cdot 9 = 54\ (\text{cm}^2)$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej graniastosłupa:

$$P_b = 54 \cdot 4 = 216\ (\text{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole powierzchni bocznej graniastosłupa jest równe $216\ \text{cm}^2$.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/

## Zadanie 21. (0–2)

| Wymaganie ogólne | Wymaganie szczegółowe |
|---|---|
| III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.<br>2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym. | **KLASY VII i VIII**<br>V. Obliczenia procentowe. Uczeń:<br>2) oblicza liczbę $a$ równą $p$ procent danej liczby $b$. |

**Zasady oceniania**

**2 punkty – pełne rozwiązanie**
poprawny sposób obliczenia liczby kostek lodu wyprodukowanych przez urządzenie, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy $(500)$.

**1 punkt**
- poprawny sposób obliczenia objętości wody w jednej foremce, np. zapisanie:
  $0{,}75 \cdot 8$ albo $\frac{3}{4} \cdot 8$ albo $\frac{75\% \cdot 8}{100\%}$
  *LUB*
- ustalenie bez obliczeń objętości wody w jednej foremce $(6\ \text{cm}^3)$.

**0 punktów**
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

**Uwaga**
Nie ocenia się stosowania jednostki.

**Przykładowe rozwiązanie ocenione na 2 punkty**

Obliczymy objętość wody w jednej foremce:

$$\frac{3}{4} \cdot 8 = 6\ (\text{cm}^3)$$

Obliczymy liczbę kostek lodu, które może wyprodukować urządzenie z $3000\ \text{cm}^3$ wody:

$$3000\ (\text{cm}^3) : 6\ (\text{cm}^3) = 500$$

Odpowiedź: To urządzenie wyprodukuje $500$ kostek lodu z $3000\ \text{cm}^3$ wody.

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie:
https://www.instytutkorepetycji.pl/arkusze-egzaminacyjne/